

ний с тем, чтобы обеспечить необходимую систематичность и глубину контроля за качеством успеваемости обучающихся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аммосова Н.В., Коваленко Б.Б. Подготовка педагогов дополнительного образования школьников и его роль в решении социальных проблем // Сборник трудов по проблемам дополнительного профессионального образования. – Вып. 5. – М.: МАПДО, ИПК госслужбы, 2004. – С. 204-208.

2. Аммосова Н.В., Коваленко Б.Б., Лобанова Н.И. Знакомство с приложениями дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования// Актуальные проблемы современного образования. Синергетические подходы в решении проблем науки, культуры и современного образования: сборник научных трудов Шестой Международной конференции. – Астрахань, 2017. – Вып. 1(22). – С. 71-76 .

3. Асанова Ж.К. Применение рабочих тетрадей при оценивании предметных компетенций студентов по математическому анализу // Молодой ученый. – 2017. – №4.1 (138.1). – С. 22-26.

4. Лобанова Н.И. Применение рабочих тетрадей при оценивании качества знаний обучающихся по дифференциальным уравнениям в рамках системы дополнительного образования // Мир науки. – 2017. – Том 5. – № 4. – Сайт: <http://mir-nauki.com/PDF/46PDMN417.pdf> (Дата обращения 11.10.2017).

5. Ханипова Е.Х. Рабочая тетрадь как дидактическое средство обучения // Инновации в науке: сб. ст. по матер. I междунар. науч.-практ. конф. № 10(47). – Новосибирск: СибАК, 2015. Сайт: URL: <https://sibac.info/conf/innovation/I/43112> (Дата обращения 19.10.2017).

УДК 372.851

Лукьянова Т.И., Мансурова Е.Р.

Марийский государственный университет, г. Йошкар – Ола

ИНТЕГРАЛ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. В статье приводится сравнительный анализ содержания материала по теме «Интеграл» в общеобразовательной школе базового и профильного уровней и обзор задач по теме. Уделяется внимание задачам ЕГЭ и с параметрами.

Ключевые слова: интеграл; общеобразовательная школа; базовый и профильный уровни; ЕГЭ; задачи с параметрами.

Интеграл в общеобразовательной школе изучается в 11 классе. По ФГОС на базовом уровне на изучение темы отводится 8 часов, рассматриваются темы: «Первообразная», «Определенный интеграл» и проводится контрольная работа. В работу [3] включаются задания: доказательство, что указанная функция является первообразной для заданной функции; отыскание первообразной для данной функции, график которой проходит через указанную точку; вычисление определенных интегралов; определение площади плоской фигуры; исследование первообразной на монотонность и экстремум или сравнение значений первообразной.

По ФГОС в профильных классах тема изучается в объеме от 9 до 13 часов в соответствии с количеством часов в неделю от 4 до 6. Рассматриваются темы: «Первообразная и неопределенный интеграл», «Определенный интеграл», проводится контрольная работа. В контрольную работу [4] как и в [3] включаются задания указанных выше пяти типов, но более высокого уровня, например, первое задание требует умение дифференцировать произведение функции, третье задание предполагает некоторые преобразования подынтегральной функции с применением формул тригонометрии. Шестое задание на интеграл с параметром.

Проанализируем содержание материала по теме в школьных учебниках базового и профильного уровней. Заметим, что тема интеграл изучается и в школах Великобритании [14] в разделе «Чистая математика».

В учебниках базового уровня сначала вводится понятие первообразной, указываются правила отыскания первообразных, составляется их таблица, затем определяется площадь криволинейной трапеции: в [5] сначала как приращение первообразной на отрезке, затем находят ее приближенное значение и, устремляя n к бесконечности, приходят к вычислению площади с применением формулы Ньютона – Лейбница, в [1] тоже как приращение первообразной, а затем по формуле Ньютона – Лейбница, в [6] определяется фактически, не вводя этого понятия, как предел интегральной суммы. Далее вводится понятие определенного интеграла. Кроме площади плоской фигуры в [5, 2, 11] с помощью интеграла определяется объем тел вращения, а в [2, 11] – объем шара и частей шара, в [2] кроме того – объем призмы, пирамиды, конуса. Рассматриваются физические задачи на при-

ложение интеграла: работа переменной силы [1, 5], масса стержня [6], координаты центра масс [5].

В профильных классах [9,10,12] так же, как и в классах базового уровня, сначала вводится понятие первообразной, правила отыскания первообразной, составляется таблица первообразных, причем в [12] данные темы рассматриваются в главе IX «Производная и ее применение». Так же в этой главе определяется понятие неопределённого интеграла (как множество первообразных), его свойства, рассматриваются методы интегрирования: по частям и подстановкой, интегрирование рациональных функций. В следующей главе определяется площадь криволинейной трапеции через площадь ступенчатой фигуры, понятие определенного интеграла через приращение первообразной и по формуле Ньютона – Лейбница. Обобщается понятие определенного интеграла для неограниченных функций и с бесконечными пределами, вводится интеграл с переменным верхним пределом, указываются свойства определенного интеграла, выражаемыми равенствами и неравенствами. Рассматриваются задачи: вычисление площади плоской фигуры, длины кривой, перемещения точки по отрезку, работы силы притяжения. В [10] такая последовательность рассмотрения материала: после первообразной вводится понятие интеграла, указываются свойства неопределённого интеграла, рассматриваются методы интегрирования по частям и заменой переменной. Далее вводится понятие площади криволинейной трапеции с помощью интегральной суммы. Понятие определенного интеграла вводится как предел интегральной суммы, рассматривается приближенное вычисление определённого интеграла, даются понятия нижней и верхней интегральных сумм, приводятся формула Ньютона – Лейбница и свойства определенного интеграла. Рассматриваются такие задачи: вычисление площади плоской фигуры, объема тела вращения, работы переменной силы, массы стержня, координат центра тяжести фигуры, силы давления жидкости на стенку. В [9] так же, как и в [10] вводится понятие интеграла (как множество первообразных) и указываются свойства. Площадь плоской фигуры, масса стержня, перемещение точки вычисляются фактически как предел интегральной суммы (не вводя этого понятия). Далее вводятся определенный интеграл и формула Ньютона – Лейбница.

Приведем обзор задач по теме в классах базового и профильного уровней.

В курсе базового уровня [7] рассматриваются задачи на отыскание первообразной, значение первообразной в точке, исследование первооб-

разной на экстремум, вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона – Лейбница и с использованием геометрического смысла интеграла, вычисление площади плоской фигуры, ограниченной линиями заданными уравнениями, содержащими, например, модуль переменной, и касательной к кривой. Рассматриваются физические задачи на вычисление перемещения точки, массы стержня.

В профильных классах [8,10,12] рассматриваются аналогичные задачи, как и в курсе базового уровня, но более высокого уровня, а так же в [10] на вычисление объема конуса и цилиндра. Рассматриваются физические задачи на определение работы переменной силы по перемещению точки, массы стержня.

В настоящее время в ЕГЭ не включаются задачи по теме «Интеграл», но эти задачи можно рассматривать при повторении.

Приведем примеры таких задач [15]:

№7 (ЕГЭ, профильный уровень, 2016):

Определить число нулей функции на отрезке по заданному на рисунке графику первообразной для данной функции;

Вычислить определенный интеграл от функции, график которой представлен на рисунке;

Найти площадь заштрихованной фигуры, изображенной на рисунке.

Для развития логического мышления и повышения математической культуры учащихся весьма полезным является рассмотрение заданий на интегралы с параметром, например, [13]:

3.7.4. Найдите функцию $f(x)$, отличную от нуля и такую, что

$$\int_0^x f(a) da = f^2(x). / f(x) = \frac{x}{2} + C.$$

3.9.4. $f(y) = ky^2 - y + k$. При каких значениях k при любом a и любом b , больше чем a , выполняются неравенство $\int_a^b f(y) dy > 0$? / $k \geq \frac{1}{2}$.

3.15.2. При каких значениях a $\int_{-a}^a \frac{x dx}{(x^2 - 1)^2} = 0$? / $a \in \mathbb{R}$.

Приведем в заключение результаты выполнения самостоятельной работы по теме «Первообразная и неопределенный интеграл», проведенной в 11 классе базового уровня МБОУ «Гимназия № 14» в декабре 2016 года (работа оценивалась по десятибальной системе): 46% учащихся справилось с работой на “9”, 13% – на “8”, 7% -на “7”, 7% – на “6”, 20% – на “5”, 7% – на “4”. В основном ошибки были связаны с использованием таблицы первообразных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2012. – 464 с.
2. Атанасян Л.С. и др. Геометрия: учебник для 10 – 11 классов. – М.: Просвещение, 2009. – 255 с.
3. Глизбург В.И. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Контрольные работы (базовый уровень). – М.: Мнемозина, 2009. – 32 с.
4. Глизбург В.И. Алгебра и начала математического анализа. Контрольные работы для 11 класса (профильный уровень). – М.: Мнемозина, 2008. – 55 с.
5. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов. – М.: Просвещение, 2009. – 365 с.
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Ч. 1 (базовый уровень). – М.: Мнемозина, 2013. – 399 с.
7. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класса. Ч.2 (базовый уровень). – М.: Мнемозина, 2014. – 264 с.
8. Мордкович А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 клас. Ч.2 (профильный уровень) . – М.: Мнемозина, 2014. – 239 с.
9. Мордкович А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Ч. 1 (профильный уровень). – М.: Мнемозина, 2011. – 287 с.
10. Никольский С.М. и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс (базовый и профильные уровни). – М.: Просвещение, 2009. – 464 с.
11. Погорелов А.В. Геометрия: учебник для 7-11 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 1996. – 383 с.
12. Пратусевич М.Я. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс (профильный уровень). – М.: Просвещение, 2009. – 415 с.
13. Рыжик В.И. Дидактические материалы по алгебре и математическому анализу для 10-11 классов. – М.: Просвещение, 1997. – 144 с.
14. Фалин Г.И., Фалин А.И. Новая система довузовской подготовки и аттестации выпускников школ Великобритании // Математика в школе. – 2011. – №10. – С. 59-70.
15. Ященко И.В. ЕГЭ 2016. Математика. 30 вариантов текстовых заданий и 800 заданий части 2. – М.: Экзамен, 2016. – 215 с.